

Ausarbeitung zum Vortrag

**Isaac Newton**

**Ein kurzer Einblick in die Entwicklungsgeschichte der**

*Philosophiae naturalis Principia mathematica*

**und über den Verdienst Newtons, die Kepler'schen  
Gesetze in eine allgemeine physikalische Theorie  
einzubetten.**

Bearbeitet von:

Manuela Otto

## Inhaltsverzeichnis

1. Die Kepler'schen Gesetze und der Stand der Wissenschaft vor Newton .....	3
2. Auf dem Weg zur Principia.....	4
3. Ein kurzer Einblick in die Principia.....	5
3.1 Die Newton'schen Axiome.....	5
3.2 Der Beweis der Kepler'schen Gesetze.....	7
4. Wieso sind Newtons Erkenntnisse wichtig?.....	10

Der Verdienst Newtons ist darin zu sehen, dass mit seinen drei Axiomen und der darauf begründeten Newton'schen Mechanik zum ersten Mal eine in sich geschlossene physikalische Theorie aufgestellt wurde. Diese Theorie verfügt über allgemeine Gültigkeit, so dass man mit ihr sowohl die Planetenbewegung als auch das Herunterfallen schwerer Gegenstände oder das Gezeitenproblem erklären kann. Allerdings habe er bereits selbst gesagt, er stehe auf den Schultern von Riesen, womit er ausdrücken wollte, dass er geniale „Vordenker“ hatte, auf deren Erkenntnissen er aufbauen konnte.

## 1. Die Kepler'schen Gesetze und der Stand der Wissenschaft vor Newton

Obwohl das Studium an den englischen Universitäten zu Newtons Zeit noch weitgehend in der aristotelischen Tradition verwurzelt war, war es vor allem die „neue“ Naturphilosophie, die den jungen Newton faszinierte. So studierte er zum Beispiel die *Geometria*, die im Jahre 1637 von Descartes veröffentlicht wurde, genauso wie Werke von Boyle, Hobbes und Wallis, aber auch Galileis *Dialogo* und Keplers *Astronomia Nova*. In dieser Aufzählung sollte man natürlich keinesfalls Isaac Barrow vergessen, der in mathematischer Hinsicht als Vordenker Newtons bezeichnet werden kann.

Galileo Galilei (1564-1642) hatte unter anderem wichtige Beobachtungen zur Fallbewegung gemacht. Er fand, dass ein weggeworfener Körper eine Parabelbahn beschreibt, und dass seine Bewegung als eine Überlagerung aus einer geraden gleichförmigen Bewegung in Wurfrichtung und einer beschleunigten Fallbewegung zusammengesetzt ist. In diesem Zusammenhang fand er das uns allen bekannte Weg-Zeit-Gesetz und verkündete, dass kein qualitativer Unterschied zwischen ruhenden und gleichmäßig gleichförmig bewegten Bezugssystemen besteht. In seinem *Dialogo* deutete Galilei den bei den Gezeiten beobachteten Wechsel von Ebbe und Flut als ein Hin- und Herschwappen des Wassers auf der sich bewegenden Erde und sah dies somit als ein zusätzliches Indiz für das kopernikanische Weltbild. Zu Newtons Zeit hatte sich das kopernikanische Weltbild bereits etabliert.

Johannes Kepler (1571-1630) konnte mit Hilfe der tychonischen Datensammlung zeigen, dass sich die Erde, wie auch alle anderen Planeten auf einer ellipsenförmigen Umlaufbahn um die Sonne bewegt, und dass letztere in einem Brennpunkt dieser Ellipse steht. Außerdem fand er den so genannten „Flächensatz“, der besagt, dass der Fahrstrahl zwischen Sonne und Erde in gleichen Zeiten gleiche Flächen überstreicht. Beide Erkenntnisse veröffentlichte er im Jahre 1609 in seiner *Astronomia Nova*. Zehn Jahre später veröffentlichte Kepler in einem Werk namens *Harmonice Mundi* eine weitere wichtige Relation: Das Verhältnis von Kuben zweier großen Halbachsen der Umlauf-Ellipsen zweier Planeten verhält sich wie das Verhältnis der Quadrate der beiden Umlaufzeiten. Diese Erkenntnisse sind uns heute als die drei Kepler'schen Gesetze bekannt.

Natürlich fragten sich sowohl Kepler als auch Galilei, von welcher Art die Kraft sein könnte, die die Planeten bewege, jedoch war es nicht ihr Schicksal, eine Antwort auf diese Problemstellung zu finden. Dennoch gab es natürlich viele Vermutungen, von denen zwei Philosophien besonders vertreten wurden: Die *magnetische* und die *mechanische Philosophie*.

Die erste wurde vor allem von Gilbert, Kepler und Stevin vertreten. Gilbert (1544-1603) veröffentlichte 1600 sein Werk *De Magnete*, in welchem er behauptete, die Erde und all die anderen Planeten seien riesige Magnete. Der Holländer Simon Stevin verfasste zum Anfang des 17. Jahrhunderts die Schrift *De Hemellop*, in der er versuchte, den Magnetismus auf die Theorie der Planetenbewegung zu übertragen. Für Kepler war die Sonne der „göttliche erste Beweger des

Universums“. Sie besaß seiner Ansicht nach eine „anima motrix“, eine bewegende Seele. Er sah zum einen die Schwere als eine Affinität zwischen zwei Körpern, der Körpermasse proportional, aus welcher eine Kreisbewegung resultiere und zum anderen eine zusätzlich wirkende magnetische Kraft, die auf der einen Seite der Umlaufbahn eine Anziehung und auf der anderen Seite eine Abstoßung bewirke. Damit wollte er die Radialbewegung erklären, die seiner Meinung nach dazu führte, dass die Umlaufbahnen nicht perfekte Kreisbahnen sondern Ellipsenbahnen sind. Das Problem an der magnetischen Theorie war nur, dass magnetische Kräfte nur sehr kurzreichweitig-, die Entfernungen im Weltraum allerdings um einige Größenordnungen zu groß für diese Theorie sind.

Der vehementeste Vertreter der mechanischen Theorie war René Descartes (aber natürlich auch Christiaan Huygens (1629 – 1695) und später auch Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716)). Er versuchte, die Planetenbewegung auf Teilchenprozesse und ( zum Teil falsche) Stoßgesetze zurückzuführen. Er glaubte fest an einen Äther und darin vorherrschende Wirbel, die die Planeten mit sich reißen, ähnlich wie ein Wasserstrudel Gegenstände mit sich reißen kann. Die Teilchenbewegung setzte Descartes in Analogie zu der, die wir im Blutkreislauf eines Lebewesens beobachten können. Außerdem waren viele Menschen der magnetischen Theorie auch deshalb abgeneigt, da der Magnetismus damals als etwas Obskures, ja sogar Teuflisches angesehen wurde. Er war bestenfalls für Attraktionen auf dem Jahrmarkt geeignet, nicht aber zur Erläuterung von göttlicher Schöpfung. Der Vorteil der mechanischen Philosophie lag ganz klar in der begrifflichen Ökonomie: Teilchen, Stoß und Erhaltungssätze genügen, um alle Bewegungsphänomene zu erklären.

## 2. Auf dem Weg zur Principia...

Es war im Jahre 1684, als der Architekt und Mathematiker Christopher Wren eine Prämie in Form eines Buches im Wert von 40 Schilling demjenigen zu sprach, dem es gelingen sollte, zu zeigen, von welcher Art die Kraft sei, die die Planeten bewegt. Wren selbst glaubte, es sei eine Kraft, die in Richtung Sonne wirke und deren Stärke umgekehrt proportional zum Quadrat der Entfernung von der Sonne sei. Ausschlaggebend für diesen Wettstreit war der angesehene Experimentalphysiker Robert Hooke, der damit prahlte, bereits eine Lösung für dieses Problem gefunden zu haben. Sein Konkurrent in dieser Frage war Edmond Halley. Wie Hooke war er auch ein Mitglied der Royal Society. Jedoch unterschieden sich die beiden darin, dass sich Halley, seiner Unkenntnis bewußt, an den gerüchte-umwobenen Lucas-Professor Newton wandte. Dies mag den jungen Halley viel Überwindung gekostet haben. Newton lebte geradezu isoliert in seinen Räumlichkeiten am Trinity College in Cambridge. Jedoch wurde Halley erstaunlich freundlich empfangen. Newton antwortete ihm auf seine Frage, dass er über diese Problematik schon lange zuvor nachgedacht habe ( Ob dies nun soweit stimmt, ist meiner Ansicht nach fraglich. Vielleicht hatte er sich bereits seine Ideen gemacht, diese aber noch nicht entsprechend ausformuliert und wollte nun nicht einer anderen Person den Verdienst überlassen, eine Lösung zu diesem Thema gefunden zu haben?!). Natürlich sei es eine Kraft, die in Richtung Sonne wirke und deren Betrag quadratisch mit der Entfernung zu letzterer abnehme. Er sagte weiter, er habe seine Manuskripte leider verlegt, werde diese Halley aber zusenden, sobald er sie gefunden habe.

Einige Monate später erhielt Halley die von Newton versprochenen Aufzeichnungen in Form eines kleinen Manuskripts. Diese wenigen Seiten enthielten die Antwort auf die von Wren gestellte Frage. Halley war außer sich vor Begeisterung und drängte Newton dazu, das Werk zu veröffentlichen. Newton, der dieser Sache vorerst zögerlich gegenüber stand, ließ sich von Halleys Begeisterung anstecken und arbeitete fortan beinahe ohne Unterbrechungen an seiner Theorie. Drei Jahre später, im Sommer 1687 ging sein Werk unter dem Titel „*Philosophiae naturalis principia mathematica*“,

oder einfach kurz - „*Prinzipia*“, in Druck. Es sollte dazu bestimmt sein, die damalige Wissenschaft zu revolutionieren. Finanziert wurde der Druck letztendlich von Halley, der bemerkenswerter Weise zu dieser Zeit alles andere als reich war. Ein weitaus größerer Verdienst von Halley war es aber, zwischen dem eigenbrödlerischen Newton und der Royal Society zu vermitteln. Dies galt vor allem in Bezug auf Hooke, der Newton beschuldigte, sich seiner Ideen bedient zu haben. 1679 hatte sich Hooke nämlich an Newton gewandt, um ihm eine seiner Hypothesen über die Planetenbewegung vorzutragen. Er vertrat die Auffassung, dass sich die Planeten ohne Widerstand in einem leeren Raum bewegen und ließ sich grob gesagt zu den Vertretern der magnetischen Theorie zählen. Im Laufe des Briefwechsels zwischen den beiden Wissenschaftlern verwarf Newton seine eher mechanische Auffassung und kam davon ab, einen Äther als interplanetares Medium anzunehmen. Hooke hatte Newton sozusagen auf den richtigen Weg geschickt. Nun beanspruchte er selbst den Erfolg, der der *Prinzipia* letztendlich noch zuteil werden sollte. Allerdings schien er übersehen zu haben, dass es ihm nie gelang, einen mathematischen Beweis für seine Hypothese zu liefern...

Nun gut! Wie gesagt, die *Prinzipia* erweckte viele ablehnende Stimmen. Ein großer Nachteil war auch, dass sie in mathematischer Hinsicht einen besonders hohen Anspruch an ihre Leser stellte. Diese Tatsache führte, wie man sich leicht vorstellen kann, automatisch zu Widerspruch. Viele warfen Newton vor, er habe sich zu wenig auf Experimente bezogen. Nach und nach sollten aber immer mehr Leute die Genialität und den universellen Charakter dieses Werkes erkennen. Schon bald genoß der Lucas-Professor einen gewaltigen Ruhm, ja er wurde regelrecht verehrt. Dies führt leider dazu, dass man zumindest für mein Verständnis die Leistungen seiner Vordenker viel zu oft vernachlässigt.

### **3. Ein kurzer Einblick in die Principia...**

Zwischen den Jahren 1684 und 1687 erhielt Edmond Halley um die 460 Manuskriptseiten, vollgeschrieben mit mathematischen Beweisführungen, Zeichnungen und Beobachtungen. Aus diesem Rohmaterial entstand Newtons revolutionäres Werk, das in drei Hauptteile gegliedert ist: In den ersten beiden Abschnitten geht es hauptsächlich um Mathematik. Diese Mathematik wird angewandt auf die Bewegung von Körpern im leeren Raum ( 1. Teil) und in Widerstand erzeugenden Medien ( 2. Teil). Der dritte Teil beschreibt das gesamte System der Welt nach Newtons Vorstellung.

**1. {scholium generale? - wie heißen die ersten beiden Teile im Original?}**

**2. In welchem Band stehen die drei Gesetze?**

#### **3.1 Die Newton'schen Axiome**

Zunächst einmal ein kurzer Einblick in die drei legendären Axiome der Bewegung, die ja die eigentliche Kernaussage der *Prinzipia* darstellen:

##### **Lex I**

Jeder Körper verharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Bewegung, sofern er nicht durch ihm eingeprägte Kräfte zur Änderung seines Zustandes gezwungen wird.

##### **Lex II**

Die Bewegungsänderung ist der eingepägten Bewegungskraft proportional und geschieht in der Richtung der geraden Linie, in der jene Kraft eindrückt.

### Lex III

Die Einwirkung ist der Rückwirkung immer entgegengesetzt und vom Betrage her gleich.

**Zu 1.:** Newton erläuterte sein erstes Gesetz mit Hilfe von Beispielen. Zum einen betrachtete er die Bewegung von Wurfkörpern oder Geschossen, wobei ja leicht einzusehen ist, dass sich ein solches auf eine geradlinig gleichförmige Art bewegen wird, sofern es nicht durch eine Kraft, wie zum Beispiel der Schwerkraft daran gehindert wird. Allerdings gab Newton auch noch ein weiteres Beispiel an, nämlich die Bewegung von Kreisel. - Die Bewegung von Kreiseln? - Solch ein Beispiel mag einen Physiker von heute sehr wohl verwundern. Es stimmt zwar, dass ein starrer Körper ohne Reibung oder den Einfluss anderer Kräfte seine Rotationsgeschwindigkeit beibehält, jedoch hat dies nichts mit der Erhaltung des Impulses, sondern vielmehr etwas mit der Erhaltung des Drehimpulses zu tun. Newton machte zwischen diesen beiden Gegebenheiten noch keinen Unterschied.

**Zu 2.:** Newton bezeichnet die Kraft als proportional zur Änderung der Größe des Betrages der Bewegung, also zur Änderung der Geschwindigkeit. In Formeln geschrieben würde also die Newton'sche Formulierung wie folgt aussehen:

$$\vec{F} = m \cdot \Delta \vec{v}$$

Diese Art der Übersetzung beschreibt, anders als das uns heute bekannte „Kraft ist Masse mal Beschleunigung“, eine impulsive Kraft, also eine momentane Änderung der Geschwindigkeit. Sie wird dargestellt als eine Reihe von in unendlich vielen, in gleichen Zeitintervallen ausgeübten Impulsen. Es würde sich also eine polygonale Flugbahn ergeben ( Sieht man auch wieder beim geometrischen Beweis der Kepler'schen Gesetze). Man könnte sich jetzt fragen, worin genau der Unterschied zwischen der obigen und der uns bekannten Formulierung

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

besteht. Wie wir alle wissen, ist die Beschleunigung gleich der Zeitableitung der Geschwindigkeit, also der Änderung der Geschwindigkeit pro Zeit. Diese Formulierung hätte einen eher kontinuierlichen Charakter. Dies erinnert alles sehr an den Schulunterricht, als man versuchte, uns die Bedeutung des Integrals über Ober- und Untersummen zu erklären.

Warum wählte Newton nicht die uns heute geläufige, sondern die diskrete Formulierung? Schließlich hatte er doch mit seiner Fluxionsrechnung bereits das gemacht, was wir heute unter „Integralrechnung“ verstehen. Es ist genau diese Frage, an der später im Prioritätsstreit mit Leibniz seine Gegner erkennen wollten, dass Newton selbst seiner Fluxionsrechnung nicht mächtig gewesen sein sollte. Dazu aber später noch ein paar Worte.

Nun, ich möchte versuchen, diese Frage wenigstens zum Teil zu beantworten: In der Principia gibt es sehr wohl Hinweise, dass Newton auch die kontinuierliche Bedeutung verstanden hatte. Es liegt also nahe zu vermuten, dass Newton seine Fluxionsrechnung bewusst nicht gebraucht hatte, auch nicht, wie wir später sehen werden, um die Kepler'schen Gesetze zu beweisen. Die Gründe dafür könnten unterschiedlich sein:

1. Newton verfasste seine Principia in geometrischer Form. Die damalige Mathematik stand noch sehr unter dem Einfluss des Archimedes. Geometrische Beweise galten als elegant und waren generell üblich. Da die Principia ohnehin einen sehr hohen Anspruch an die

mathematischen Vorkenntnisse ihrer Leser stellt, hätte die Einführung einer neuen Rechenmethode dies noch viel komplizierter gemacht. Ohne Fluxionsrechnung konnte Newton aber einen Ausdruck wie  $F = ma$  überhaupt nicht hinschreiben.

2. Eine weitere mögliche Erklärung findet man, wenn man sich überlegt, aus welcher Motivation heraus Newton seine Überlegungen begangen hatte. Wie wir wissen war Newton sehr religiös. Seine Motivation, eine Erklärung für die Dinge zu finden, die wir alltäglich in unserer Umgebung und in der Natur betrachten, war eine ganz ähnliche, wie die, die Kepler dazu bewegte, die Planeten zu beobachten. Newton, wie auch Kepler erhofften sich, über Naturgesetze Gottes vollkommene Schöpfung besser verstehen und ehren zu können. Sie verstanden ihre Forschung sozusagen als Dienste bzw. Ehrerweisung an Gott. Zwar stellte Newton in seinem Werk allgemein gültige, universelle Gesetze auf, jedoch äußerte er sich über die Ursache dieser Gesetze nicht, bzw. nicht „physikalisch“: Zum einen sagte er, er bilde keine Hypothesen, zum anderen verkündete er, er sehe Gottes direktes und allgegenwärtiges Eingreifen als Ursache für die Existenz der Schwerkraft und die Planetenbewegung. Wenn Gott nun immer wieder eingreifen muss, um die Bewegung in unserem Planetensystem aufrecht zu erhalten, dann wird dies meiner Meinung nach durch die diskrete Formulierung weitaus besser beschrieben.

**Zu 3.:** „actio = reactio“!

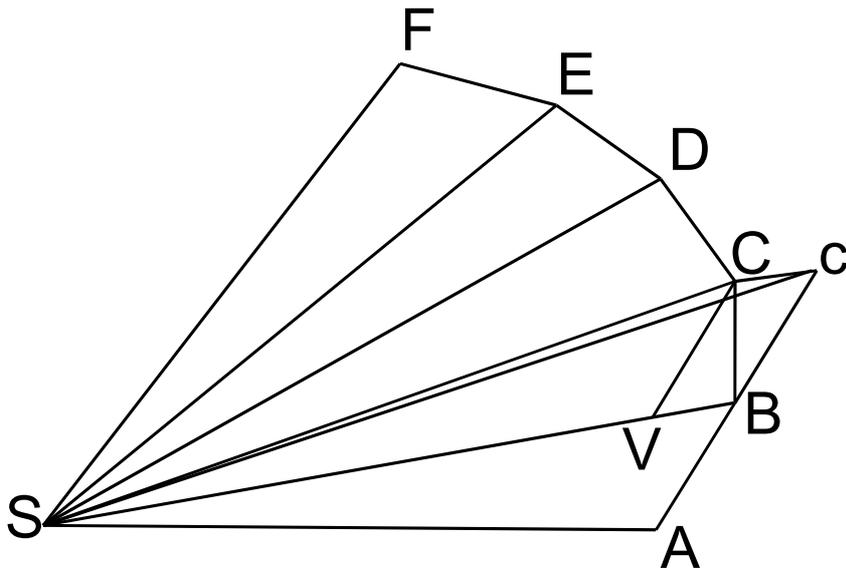
## 3.2 Der Beweis der Kepler'schen Gesetze

Das Herausragende an Newton war, dass er erklären konnte, von welcher Art die Kraft ist, die die Planeten auf ihren Bahnen bewegt. Sicherlich hatte Johannes Kepler eine ebenso wichtige und bedeutende „Stufe“ in dieser Entwicklung erklommen, jedoch hatte er nie das Vergnügen gehabt (sofern er überhaupt Vergnügen in seinem Leben hatte...), „oben“ zu stehen und die Aussicht auf das Wissen über dieses Weltsystem zu genießen ( Oh je, ich hoffe, man kann das verstehen. Wollte nur sagen, dass im Vergleich zu Newton Kepler vielleicht etwas zu wenig Ehre zugute kommt.). In den Propositionen 1 und 2 seines Werkes verknüpft Newton das zweite Kepler-Gesetz, den Flächensatz, mit der Eigenschaft der Schwerkraft.

### 1. Das zweite Kepler'sche Gesetz:

Newton beweist das zweite Kepler'sche Gesetz zuerst. Er zeigt, dass sich der Radiusvektor, der Sonne und Planet verbindet, auf einer festen Ebene bewegt und in gleichen Zeiten gleiche Flächen überstreicht ( konstante Flächengeschwindigkeit), sofern die Kraft, die den Körper beschleunigt, zentral ist und ihren Kraftmittelpunkt in der Position der Sonne hat. Gilt die zuletzt genannte Voraussetzung nicht, so gilt auch nicht der Flächensatz. Die beschleunigende Kraft kann entweder anziehend in Richtung Sonne oder abstoßend, von der Sonne weg, wirken. Heutzutage würde man dieses Gesetz als „Drehimpulserhaltung“ bezeichnen.

Newton unterteilte die Zeit in endliche, gleich große Intervalle  $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots$  und nahm an, dass am Ende jedes dieser Intervalle eine zur Sonne hin gerichtete Kraft mit einem einzigen, starken äußeren Impuls einwirkt, was zu einer schlagartigen Geschwindigkeitsänderung des Körpers führt. Mit dieser Annahme erhält man als Bewegungsbahn ein Polygon.



Dann zeigte er, dass die Flächen der einzelnen Dreiecke, die sich für die jeweiligen Zeitintervalle ergeben, gleich groß sein müssen. Dies macht er über die Anwendung seiner beiden ersten Bewegungsgesetze und einem dazugehörendem Corollar über zwei gleichzeitig wirkende Kräfte.

Man bedenke, dass der Körper, wenn nach der Zeit  $\Delta t_1$  keine Kraft auf ihn wirken würde, mit gleichförmiger Geschwindigkeit entlang der geraden Linie weiterflöge ( Lex I). Dies würde in der Abbildung dem Punkt  $c$  entsprechen. Da die Strecken  $AB$  und  $Bc$  gleich lang sind, sind auch die Flächeninhalte der beiden Dreiecke  $SAB$  und  $Sbc$  gleich groß. Nun zu Newtons Corollar: Es besagt, dass ein Körper unter der Einwirkung gekoppelter Kräfte die Diagonale eines Parallelogramms in der gleichen Zeit durchläuft, in der er bei getrennten Kräften dessen Seiten durchmessen würde. Mit Hilfe dieser Aussage schloss Newton, dass sich der Körper beim gleichzeitigen Einwirken einer tangentialen und einer zum Zentrum hin gerichteten Kraft nach dem zweiten Zeitintervall  $\Delta t_2$  am Punkt  $C$  befände. Aufgrund der Parallelität der Strecken  $BV$  und  $Cc$  konstatierte er, dass beide Dreiecke,  $SAB$  und  $SBC$  von der Fläche her gleich groß seien. Diesen Beweisvorgang kann man nun ( sofern man zu viel Zeit hat) für alle anderen Punkte wiederholen. Macht man die Zeitintervalle unendlich klein, gelangt man zu einer glatt verlaufenden, realen Bahn.

Diese Beweisführung ist nur sehr grob skizziert und sicherlich nicht besonders leicht, nachzuvollziehen. Kleine Schritte, wie zum Beispiel der Vergleich der einzelnen Dreiecke sind hier übersprungen worden. Diese Details würden leider den Rahmen dieses Überblicks sprengen. Jedoch hoffe ich, im Groben die Idee und die Methodik näher gebracht zu haben. Heute würden wir den Flächensatz über Integralrechnung beweisen.

## 2. Das erste Kepler'sche Gesetz ( direktes und inverses Problem)

Nach dem ersten Kepler'schen Gesetz beschreibt jeder Planet bei seinem Lauf um die Sonne eine Ellipse. Newton stellte sich nun die Frage, von welcher Art die bewegende Kraft sei, wenn man die ersten beiden Kepler – Gesetze als gegeben voraussetzen konnte. Dies bezeichnete man auch als das „direkte Problem“ .

Auch beim Beweis des ersten Kepler'schen Gesetzes ging er wieder geometrisch vor. Außerdem setzte er die Gültigkeit des schon bewiesenen zweiten Kepler-Gesetzes voraus, wonach die beschleunigende Kraft eine zum Zentrum hinggerichtete Zentralkraft ist. Newton erhält mit seinen Berechnungen das Ergebnis, dass der Betrag der gesuchten Kraft proportional zum Quadrat der Entfernung zum Kraftzentrum ist.

Er ging also von der Richtigkeit der Kepler'schen Gesetze aus und fand das Wesen der bewegenden Kraft. Er fand weiter, dass diese Kraft auch dann proportional zum Quadrat der Entfernung sein muss, wenn die Bahnkurve eine Parabel oder gar eine Hyperbel (oder im einfachsten Fall ein Kreis als Spezialfall der Ellipse) ist, sofern das Kraftzentrum in einem der Brennpunkte liegt.

An dieser Stelle könnte man gemeiner- aber berechtigterweise fragen:

„Gilt auch der Umkehrschluss?“

-Das heißt, ist die Bahnkurve eines von einer derartigen Zentralkraft beschleunigten Körpers auch automatisch ein Kegelschnitt (Kreis, Ellipse, Parabel oder Hyperbel) ?

Auf den ersten Blick möchte man die Umkehrung der direkten Behauptung als selbstverständlich ansehen. Beim genaueren Überlegen wird man sich aber doch fragen, ob die Kegelschnitte alle möglichen Umlaufbahnen darstellen.

In der ersten Ausgabe der Principia behandelt Newton dieses Problem nur sehr beiläufig. Er erwähnt kurz, dass diese Umkehrung gültig sei, zeigt die Wahrheit dieser Aussage aber nicht explizit. Später sagte er, man müsse, um das *inverse Problem* zu lösen, eine „Quadratur“ vornehmen, was nach Leibniz der Integration einer Differentialgleichung entsprochen hätte. Allerdings lieferte er auch in den beiden folgenden Auflagen der Principia keinen Beweis für das inverse Problem.

Interessanterweise spielte das inverse Problem auch noch später eine bedeutende Rolle, nämlich im Prioritätsstreit mit Leibniz. Dessen Anhänger behaupteten nicht nur, die Principia sei ein Werk, das in seinem mathematischen Profil veraltet sei, sondern auch, dass die Principia offensichtliche Irrtümer enthalte. Diese Irrtümer wären, so die Leibnizianer, Newton nicht unterlaufen, wenn er bereits mit seiner neuen Rechenmethode gearbeitet hätte. Dieser Vorwurf wurde vor allem von Johann Bernoulli, einem angesehenen Mathematikprofessor und Schüler Leibniz', erhoben. Er machte 1710 die Beobachtung, dass in der Principia eine Lösung für das inverse Problem der Zentralkräfte fehlte, und formulierte diese Lösung selbst auf der Grundlage der Integration einer Differentialgleichung.

### 3. Das dritte Kepler'sche Gesetze

Newton verwendete das dritte Kepler – Gesetz als Voraussetzung für den Spezialfall einer kreisförmigen Bahnkurve, um zu einer Kraft der Art  $\vec{F} \sim k/r^2$  zu gelangen. Diesen Schritt musste er vornehmen, da mit Kreisbahnen verschiedene Zentralkräfte vereinbar sind. Er kam nach einigem Überlegen zu dem Schluss, dass die zentripetale Beschleunigung mit der Beschleunigung der Schwerkraft auf der Erde verglichen werden kann. Zudem sind beide Beschleunigungen unabhängig von der Masse der jeweils beschleunigten Körper. Man kennt ja das Beispiel von der Feder und der Bleikugel, die beide gleichzeitig im luftleeren Raum fallengelassen werden. Sie werden sich beide in der gleichen Zeit um die gleiche Strecke dem Erdboden nähern. Genau dasselbe scheinen auch die Planeten zu machen, wenn sie die

Sonne umlaufen. Ihre Bewegungsbahn wird nicht von ihrer Masse, sondern allein von ihrem Abstand zur Sonne bestimmt. Ein genialer Geist wie unser Newton konnte schließlich vermuten, dass die uns allgegenwärtige Schwerkraft und die zur Sonne hingerrichtete Zentripetalkraft den gleichen Ursprung besitzen.

Später zeigt Newton, dass das dritte Kepler-Gesetz nur dann gilt, wenn man den zentralen Körper als absolut ruhend annimmt. Gesteht man der Sonne eine Eigenbewegung zu, so gilt das Gesetz nicht mehr exakt und muss etwas modifiziert werden. Jedoch ist in unserem Fall die Masse der Sonne extrem groß gegenüber der der Planeten. Da dieses Massenverhältnis in den Korrekturterm mit eingeht, wird dieser qualitativ gesehen nur sehr klein. So klein sogar, dass selbst der perfektionistische Kepler keine Abweichungen zu seinen experimentell gewonnenen Beobachtungsdaten fand.

Zum Schluss machte Newton die Überlegung, welche Änderungen an seinen Berechnungen vorzunehmen seien, wenn er alle Planeten in seine Gravitationsüberlegungen miteinbezüge. Beim Betrachten eines „Dreikörpermodells“, das aus Erde, Sonne und Mond bestand, fand er heraus, dass die von den Körpern vollzogenen Bahnkurven genaugenommen nicht mehr geschlossen sein konnten. Hier waren sogar alle drei Kepler'schen Gesetze nur noch näherungsweise gültig. Allerdings darf man nie vergessen, dass es damals um die Vorherbestimmung der Positionen der einzelnen Planeten ging und die Abweichung der Realität vom physikalischen Modell so gering ist, dass sie zumindest für die damaligen Vorhersagen keine wesentliche Rolle spielte.

#### **4. Wieso sind Newtons Erkenntnisse wichtig?**

Ein wenig gehen die Schlussbemerkungen des letzten Kapitels in dieses uns nun vorliegende über: Eine wesentliche Motivation, Astronomie zu betreiben war, die Planetenbahnen vorherbestimmen zu wollen.

Bald darauf kamen die Menschen zu der Überzeugung, dass sich die weit entfernten Himmelskörper, die zu Newtons Zeit noch Fixsterne waren, selbst auch bewegen. (Als Newton von einem Priester gefragt wurde, warum die Anziehungskraft, die sich bis ins Unendliche ausdehne, nicht denn das gesamte Weltall zum Kollabieren bringe, antwortete er, Gott habe sie so perfekt verteilt, dass sie im Gleichgewicht zueinander stünden. Auch Halley zog eine Eigenbewegung der Fixsterne noch nicht in Betracht.)

Darüber hinaus stellte Newton ein allgemeines Kraftgesetz auf, auf dessen Grundlage sämtliche Mechanische Berechnungen vorgenommen werden können. Es erklärt die Vorgänge „im Himmel“ genauso, wie die auf der Erde, schließt also eindeutig mit dem früheren Glauben ab, dass in der *Lunarsphäre* eine andere Physik als die „irdische“ gelte.

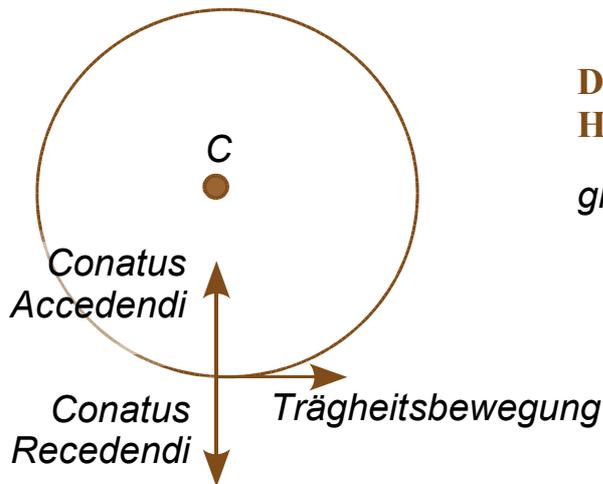
Newton bewies die Kepler'schen Gesetze und somit die Annahme eines heliozentrischen Weltbildes, die zu diesen Gesetzen geführt hatte. Ohne Newton hätte es wahrscheinlich immernoch viele Zweifler gegeben, die sich im Mittelpunkt der göttlichen Schöpfung gesehen hätten.

Das folgende Bild liefert nochmal einen groben Überblick über die „zeitliche Entwicklung der Planetenbewegung“:<sup>1</sup>

---

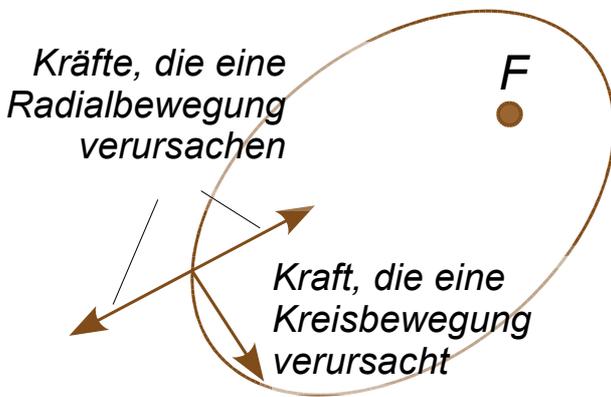
1 Literatur: „Spektrum der Naturwissenschaften – Biographie Newton“

# Die Entwicklung der Begriffe für die Bewegung um ein punktförmiges Kraftzentrum



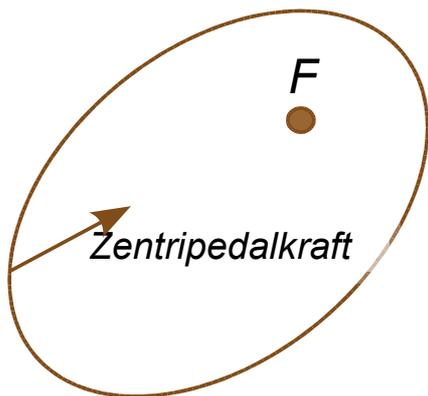
Descartes / Newton (1660 – 1679?)  
Huygens

*gleichförmige Kreisbewegung*



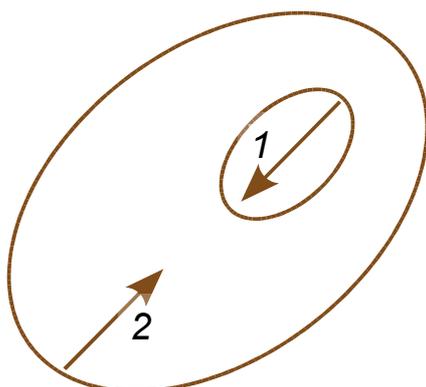
Kepler 1609  
Borelli 1666  
Leibniz 1689

*Die elliptische Bewegung als Zusammensetzung aus einer Kreis und einer Radialbewegung. Das Wechselspiel der beiden Kräfte, welche die Radialbewegung verursachen, führt zu einer periodischen Entfernung und Annäherung des Körpers an F.*



**Hookes Hypothese 1679**

*Eine einzige zum Brennpunkt gerichtete Zentripetalkraft reicht aus, die Keplersche Bewegung zu erklären*



**Newton 1658**

*Zwei Körper in gravitativer Wechselwirkung. Der von Körper 1 auf Körper 2 ausgeübten Kraft entspricht eine gleich große entgegengesetzte Kraft, die Körper 2 auf Körper 1 ausübt. Die beiden Körper beschreiben Ellipsen, die einen Brennpunkt im Massezentrum von 1 und 2 haben.*